



# Homeomorphisms and metrizations of function spaces with infinite-dimensional topology

著者	楊 寒彪
その他のタイトル	無限次元トポロジーでの写像空間の同相及び 距離化について
学位授与大学	筑波大学 (University of Tsukuba)
学位授与年度	2013
報告番号	12102甲第6789号
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/00122283">http://hdl.handle.net/2241/00122283</a>

氏 名（本 籍 地）	楊 寒彪（中国）
学 位 の 種 類	博 士（理学）
学 位 記 番 号	博 甲 第 6789 号
学 位 授 与 年 月 日	平成26年3月25日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当
審 査 研 究 科	数理物質科学研究科
学 位 論 文 題 目	Homeomorphisms and metrizations of function spaces with infinite-dimensional topology (無限次元トポロジーでの写像空間の同相及び 距離化について)

主	査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男
副	査	筑波大学教授	理学博士	川村一宏
副	査	筑波大学教授	理学博士	山口孝男
副	査	筑波大学教授	理学博士	坪井 明人

## 論 文 の 要 旨

本論文は、トポロジーの主要な研究テーマである写像空間論および無限次元多様体について論じたものである。20世紀後半から現在まで、R.D. Anderson, T.A. Chapman, J.E. West, H. Torunczyk, K. Sakai 達によって、可分および一般濃度  $\tau$  を許容する無限次元多様体理論が大きな展開を見せている。本論文は、無限次元トポロジーでの写像空間の同相問題、位相空間論からみた写像空間の距離化定理、および単体的複体のトポロジーについて論じている。以下、各章ごとに内容を述べる。

第2章では、Z. Yang と X. Zhou によって得られた定理の一般化に成功している。まず、位相空間  $X$  から区間  $I=[0,1]$  への写像空間  $C(X,I)$  を  $X \times I$  の冪集合  $\text{Cld}(X \times I)$  の部分集合と考えることができ、そこに Fell topology を導入する。 $X$  が第一可算のとき、写像空間  $C(X,I)$  が距離付可能であるための必要十分条件は  $X$  が locally compact, 可分な距離空間となることを証明している。

第3章では、無限次元多様体論の立場から写像空間の同相問題を論じている。第2章と同様に、 $X$  を compact metric space で写像空間  $C(X,I)$  を  $X \times I$  の冪集合  $\text{Cld}(X \times I)$  の部分集合と考える。ただし冪集合  $\text{Cld}(X \times I)$  には Hausdorff metric topology を考える。先行研究として、Z. Yang と X. Zhou は  $X$  から区間への上半連続写像空間と連続写像空間の pair はヒルベルト立方体  $Q$  と  $c_0$  空間の pair  $(Q, c_0)$  と同相であることを証明していた。この論文では、この結果をさらに一般化することに成功した。 $Y$  を dendrite (1-dimensional compact AR)、 $X$  を infinite, locally connected, compact metric space とする。このとき、写像空間  $C(X,Y)$  は  $X \times Y$  の冪集合  $\text{Cld}(X \times Y)$  の部分集合と考えることができ、 $(\text{Cl}[C(X,Y)], C(X,Y))$  は pair  $(Q, c_0)$  と同相になることを証明した。

第4章では、(無限)単体的複体のトポロジーについて論じている。単体的複体のトポロジーとしては、weak topology と metric topology が知られているが、この論文で box topology を新たに導入してその位相的な性質を研究した。特に、単体的複体  $K$  が locally countable な場合、または次元が1次元以下の場合には、多面体  $|K|$  の box topology と weak topology は一致することを示した。また、 $K$  と重心細分  $Sd K$  の box topology は一致しないことを示した。

## 審 査 の 要 旨

### 〔批評〕

この論文は、トポロジーの主要な研究テーマである写像空間論や無限次元トポロジーに大きく貢献するものである。特に、この論文で得られた写像空間の同相問題、位相空間論からみた距離化定理は興味深いもので、以後の進展が期待される定理である。また、本論文で展開された手法は興味ある着想に富んでおり、この論文はその成果と手法を通して、この方面の今後の発展に大いに寄与するものと考えられる。この論文の基となった論文2編はすでに国際的な数学専門誌に出版または受理されており、他の論文1編も現在投稿中である。

### 〔最終試験結果〕

平成 26 年 2 月 14 日、数理物質科学研究科学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

### 〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。